



A III –a Sesiune Științifică

CIB 2007

15 - 16 Noiembrie 2007, Brașov

---

## ALGORITM PENTRU DETERMINAREA PROBABILITĂȚII DE PIERDERE A STABILITĂȚII CADRULUI ȘINE-TRAVERSE

Valentin-Vasile UNGUREANU<sup>1</sup>, Adam DÓSA<sup>2</sup>

1 UNIVERSITATEA TRANSILVANIA, BRAȘOV, vvungureanu@unitbv.ro

2 UNIVERSITATEA TRANSILVANIA, BRAȘOV, adamdosa@unitbv.ro

**Abstract:** This paper presents an algorithm for probabilistic appraisal of the continuous welded rail (CWR) track buckling. The main parameters which govern the stability of the CWR track present a great variability. This variability is introduced in the computational model by the statistical distribution of the parameters. The algorithm is based on evaluation of convolution integrals in a discret approach using the histograms of the main parameters which characterize the stability of the CWR track.

**Key words:** track buckling models, track stability analysis, continuous welded rail (CWR), probabilistic calculus

### 1. INTRODUCERE

În această lucrare sunt prezentate elemente generale privind modelarea probabilistă a pierderii stabilității (șerpuirii) cadrului șine-traverse, avându-se în vedere variația statistică a parametrilor caracteristici. De asemenea, este dezvoltat un algoritm de stabilire a probabilității de șerpuire care ține seama de faptul că repartițiile parametrilor ce caracterizează pierderea stabilității cadrului șine-traverse se determină experimental, deci sunt repartiții discrete și prin urmare, necesită înlocuirea integralelor cu sume pentru estimarea valorilor integralelor de convoluție.

### 2. ELEMENTE GENERALE PRIVIND MODELAREA PROBABILISTĂ A PIERDERII STABILITĂȚII CĂII

Parametrii ce guvernează pierderea stabilității căii fără joante sunt, la fel ca parametrii ce intervin în orice fenomen din realitate, caracterizați de o mare variabilitate. Variabilitatea poate fi însă introdusă în calculele ingineresti printr-o abordare probabilistică a metodelor de calcul. De altfel, abordarea probabilistă a siguranței structurilor este considerată un moment de răscruce al căutărilor ingineresti pentru progres tehnic [6], [9]. Având în vedere și necesitatea realizării siguranței în mod economic, adică realizarea de economii sau de profit în condiții de siguranță, se impune folosirea unei abordări bazate pe risc pentru evaluarea probabilității de șerpuire [6], [4], [8].

Formularea probabilistă a problemelor ingineresti este tot mai des întâlnită în ultimul timp, urmărindu-se introducerea acestora de o manieră practică și cât mai accesibilă, atât în proiectarea

cât și în întreținerea structurilor [6], [9]. Aprecierea încărcărilor și rezistențelor este supusă incertitudinilor, ele fiind mărimi aleatoare, de natură statistică și din acest motiv, se poate spune că acțiunile exterioare, rezistențele și răspunsul structurii sunt de natură probabilistă.

Pierderea stabilității cadrului șine-traverse reprezintă, din punct de vedere al teoriei structurilor, o stare limită a capacității portante a căii. La această stare ultimă se ajunge ca urmare a combinării în sens dezavantajos pentru siguranța structurii a încărcărilor și rezistențelor. Fiecărei stări limită îi este atașată o distribuție statistică ce reprezintă probabilitatea ca această stare ultimă să fie atinsă pentru o valoare dată a acțiunii exterioare.

Analiza probabilistă completă a unei structuri poate fi realizată numai dacă se cunosc legile de distribuție ale încărcărilor, de variabilitate ale proprietăților fizico-mecanice ale materialelor și de variație ale elementelor geometrice și parametrilor de stare ai structurii, aceasta putându-se realiza cu ajutorul teoriei stohastice a structurilor.

În cele ce urmează va fi prezentată **formularea analitică a problemei siguranței structurilor** [6], [9], [10].

Se consideră  $S$  efectul sarcinilor pe structură și  $R$  rezistența materialului. În figura 1 sunt reprezentate simbolic densitățile de probabilitate (funcțiile de frecvență) pentru sarcini și rezistențe:  $f_S(x)$ , respectiv  $f_R(x)$ . Avariarea elementului este caracterizată de zona de suprapunere a celor două funcții, ceea ce semnifică posibilitatea ca un element cu o rezistență redusă să fie sollicitat de o încărcare foarte mare.

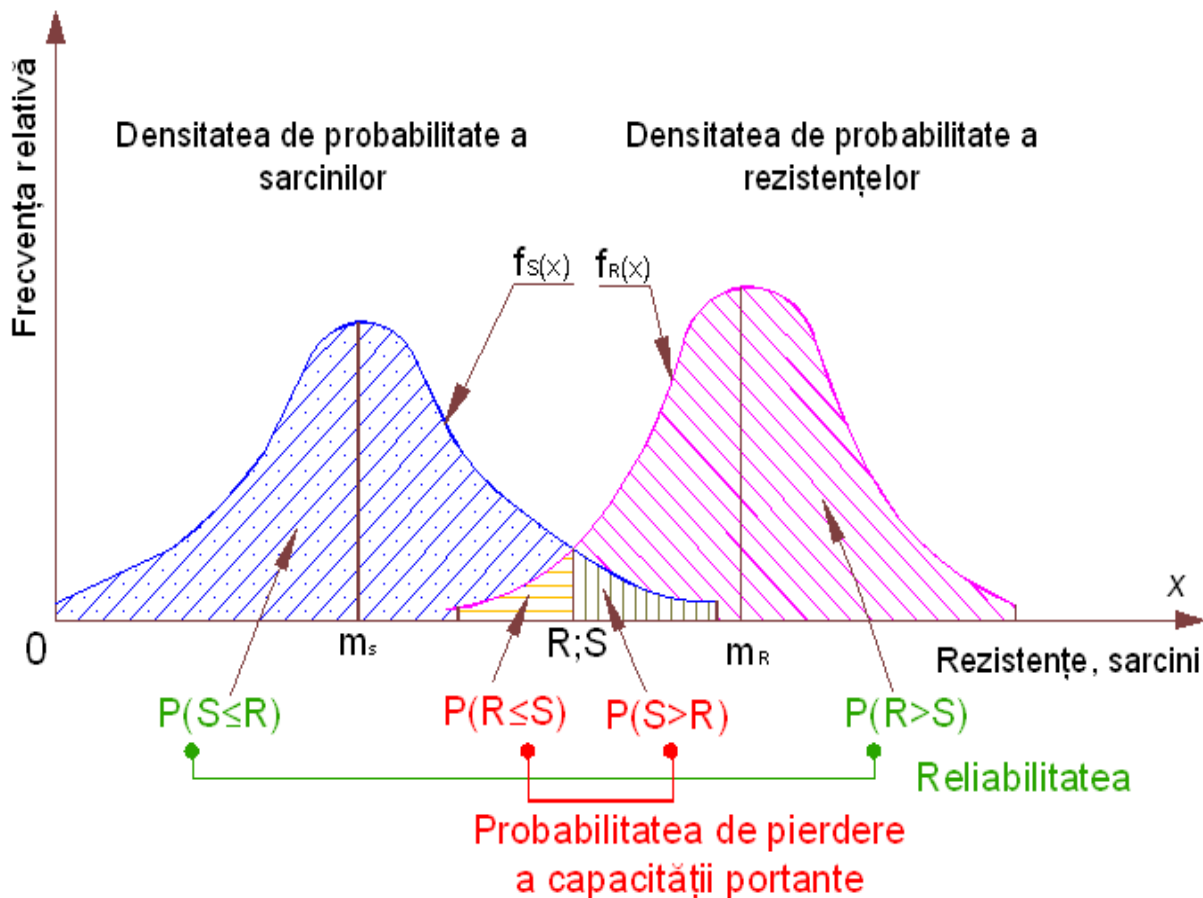


Fig. 1 Modelul  $R, S$  [6], [9].

În figura 1 s-au notat cu S, respectiv cu R abscisa punctului de intersecție a celor două curbe, ceea ce permite definirea următoarelor probabilități:

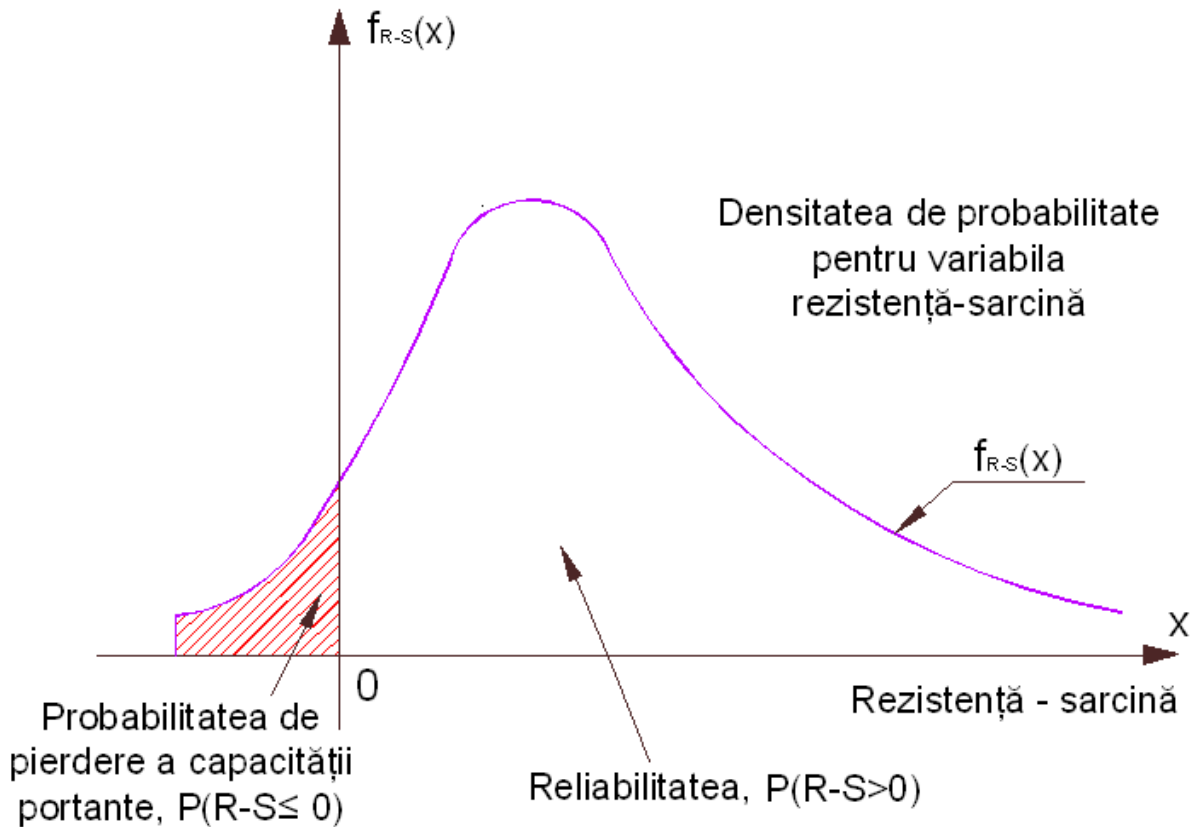
1. Probabilitatea  $P(S \leq R)$  ca solicitarea S să fie mai mică sau egală cu rezistența R și reprezintă aria hașurată de sub  $f_S(x)$  situată la stânga ordonatei R;
2. Probabilitatea  $P(S > R)$  ca solicitarea S să fie mai mare decât rezistența R și reprezintă aria hașurată de sub  $f_S(x)$  situată la dreapta ordonatei R;
3. Probabilitatea  $P(R \leq S)$  ca rezistența R să fie mai mică sau egală cu solicitarea S și reprezintă aria hașurată de sub  $f_R(x)$  situată la stânga ordonatei S;
4. Probabilitatea  $P(R > S)$  ca rezistența R să fie mai mare decât solicitarea S și reprezintă aria hașurată de sub  $f_R(x)$  situată la dreapta ordonatei S.

Se poate observa că probabilitățile  $P(S \leq R)$  și  $P(R > S)$  sunt o măsură a siguranței  $P_s$  ce poartă numele de *reliabilitate*  $P_s$ , în timp ce probabilitatea de pierdere a capacității portante  $P_f$  este reprezentată de probabilitățile  $P(R \leq S)$  și  $P(S > R)$ . Între cele două probabilități există o evidentă relație de legătură:

$$P_s + P_f = 1 \quad (1)$$

care semnifică faptul că aria totală de sub curba de densitate a probabilității este 1.

În [6] este precizat faptul că abordarea siguranței structurilor prin suprapunerea funcțiilor de densitate a probabilităților pentru sarcini și pentru rezistențe și definirea pe această cale a cedării și reliabilității structurale, a apărut în anul 1930, în legătură cu analiza accidentelor avioanelor militare din Anglia.



**Fig. 2 Modelul R-S [6], [9]**

O modalitate mai intuitivă de reprezentare a reliabilității și cedării structurii este dată în figura 2, unde este reprezentată funcția de densitate a probabilității pentru variabila aleatoare R-S

(adică rezistența minus efectul încărcării), care se obține din cele două funcții de densitate a probabilității pentru sarcini  $f_s(x)$  și rezistențe  $f_R(x)$ .

În modelul R-S fiabilitatea reprezintă aria de sub funcția  $f(S - R)$  de la zero la  $+\infty$ , adică:

$$P_s = P(R - S > 0) \tag{2}$$

în timp ce probabilitatea de pierdere a capacității portante este:

$$P_f = P(R - S \leq 0) \tag{3}$$

ceea ce reprezintă aria de sub funcția  $f(S - R)$  de la  $-\infty$  la zero.

Pentru o variabilă aleatoare discretă oarecare  $x$  se pot pune în evidență caracterul variației și trăsăturile sale fundamentale apelând la histograma frecvențelor relative. Pentru construirea histogramei se fixează pe axa absciselor domeniul de variație pentru  $x$  subîmpărțit în intervale de valori, iar pe axa ordonatelor reprezentarea la scară a frecvențelor relative, adică a raportului între frecvența absolută de apariție a unei anumite valori a variabilei și numărul total de observații, iar apoi se construiește pentru fiecare interval câte un dreptunghi ce are baza egală cu mărimea intervalului și înălțimea egală cu frecvența relativă a valorilor din intervalul respectiv. Pentru orice histogramă se pot găsi legi matematice continue care să aproximeze forma histogramei, denumite *funcții de frecvență* (Fig. 3).

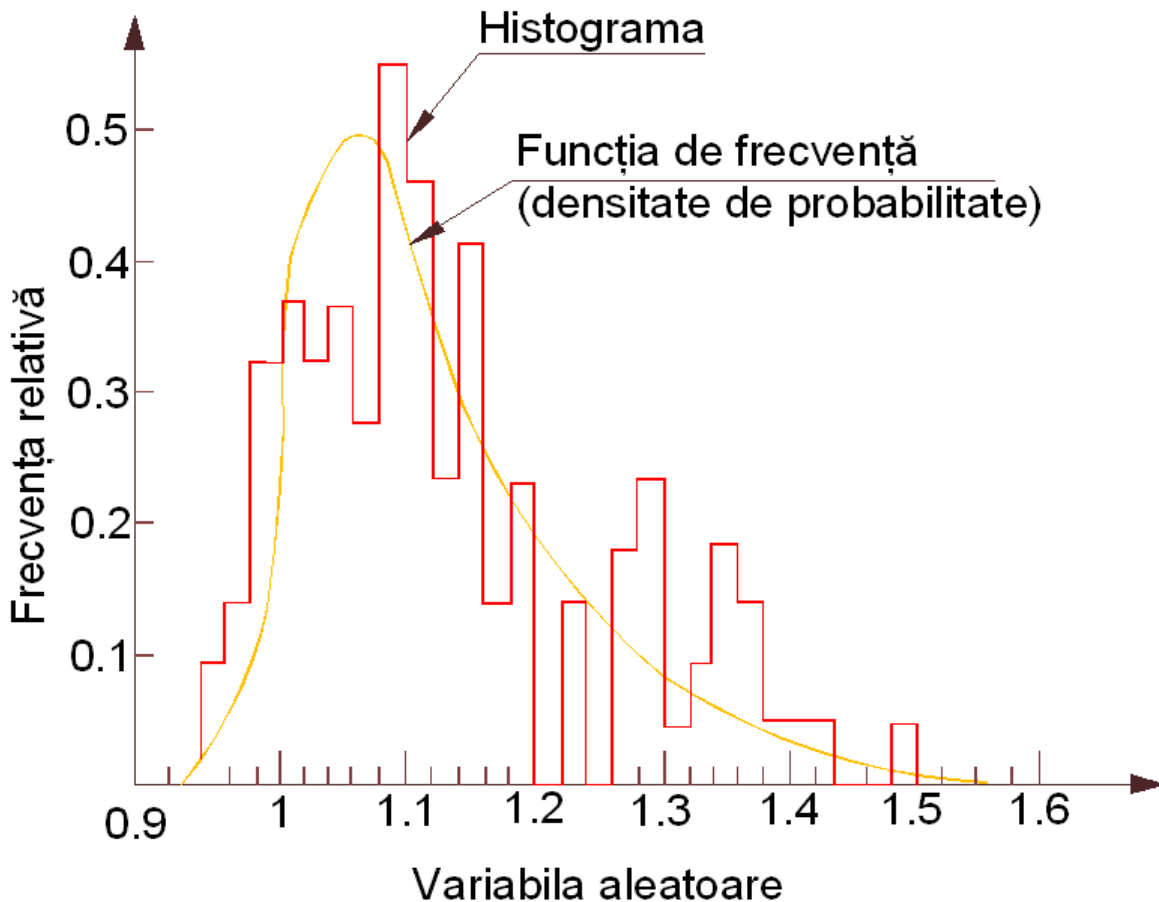


Fig. 3 Exemplu de histogramă și funcție de frecvență [6], [9]

Interpretările geometrice anterioare își păstrează valabilitatea, cu observația că se referă la aria cuprinsă sub histogramă și axa absciselor în locul funcției de frecvență, și, în consecință, calculul practic se va face folosind simbolul sumă în locul simbolului integrală (ceea ce reprezintă, de fapt, trecerea de la semnificația geometrică a integralei în cazul funcțiilor continue, la semnificația geometrică a integralei în cazul funcțiilor discrete).

Pentru distribuția variației variabilei  $x$  se definesc următorii parametrii caracteristici pentru histograma frecvențelor relative (și, bineînțeles, pentru funcția de frecvență corespunzătoare acestei histogramme):

1. media,  $m_x$  - reprezentând centrul de greutate al histogrammei;
2. dispersia,  $\sigma_x^2$  - reprezentând raza de girație a histogrammei față de valoarea medie  $m_x$ ;
3. coeficientul de variație,  $V_x$  - reprezentând raportul între abaterea standard și medie, adică

$$\frac{\sigma_x}{m_x}.$$

Relațiile între parametrii caracteristici ai modelului R, S și cei ai modelului R-S sunt prezentate sintetizat în tabelul 1 [6], [9], în care se consideră ca variabile aleatoare rezistențele R și sarcinile S.

Dacă R și S sunt intensitățile aleatoare ale rezistențelor, respectiv ale sarcinilor pentru o structură sau un element al unei structuri, măsurate prin variabila  $x$ , presupuse a fi independente, funcțiile de frecvență sau densitățile de probabilitate ale sarcinilor sunt  $f_S(x)$ , iar cele ale rezistenței sunt  $f_R(x)$ , iar funcțiile de distribuție (repartiție) corespunzătoare acestora sunt  $F_S(x)$ , respectiv  $F_R(x)$ , și au expresiile de calcul (fig. 4):

$$F_S(x) = \int_{-\infty}^{x=S} f_S(x) dx \quad (4),$$

$$F_R(x) = \int_{-\infty}^{x=R} f_R(x) dx \quad (5).$$

**Tabelul 1** Relațiile între parametrii caracteristici ai modelului R, S și cei ai modelului R-S [6], [9]

Variabila aleatoare	Simbol	Media	Abaterea standard	Coeficientul de variație
Sarcină	S	$m_S$	$\sigma_S$	$V_S = \sigma_S / m_S$
Rezistență	R	$m_R$	$\sigma_R$	$V_R = \sigma_R / m_R$
Rezistență - Sarcină	S-R	$m_{R-S} = m_R - m_S$	$\sigma_{R-S} = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$	$V_{R-S} = \sigma_{R-S} / m_{R-S}$

Se poate evalua probabilitatea ca sarcina să aibă o valoare mai mare decât valoarea S:

$$P(x > S) = \int_{x=S}^{+\infty} f_S(x) dx = 1 - \int_{-\infty}^{x=S} f_S(x) dx = 1 - F_S(x) \quad (6),$$

dar și probabilitatea ca rezistența să fie  $x = R$ :  $f_R(x) dx$ , iar aplicând *teorema multiplicării probabilităților variabilelor independente* rezultă că probabilitatea ca un element având rezistența R să fie solicitat cu o sarcină mai mare decât S este:  $[1 - F_S(x)] \cdot f_R(x) dx$ .

Probabilitatea de pierdere a capacității portante atunci când efectul sarcinii S generează depășirea rezistenței R este determinată prin următoarea integrală extinsă numai pentru valorile pozitive ale rezistențelor:

$$P_f = P(S > R) = \int_0^{+\infty} [1 - F_S(x)] \cdot f_R(x) dx \quad (7),$$

iar în mod similar se poate obține o expresie pentru  $P(S \leq R)$ :

$$P_f = P(R \leq S) = \int_0^{+\infty} F_R(x) \cdot f_S(x) dx \quad (8),$$

aceste ultime două expresii fiind cunoscute sub denumirea de **integrale de convoluție**. Ele evaluează ariile din zona de suprapunere a densităților de probabilitate ale sarcinilor și ale

rezistențelor (fig. 1). Integralele de convoluție se pot evalua grafic sau analitic, obținându-se valoarea lui  $P_f$  atunci când sunt cunoscute funcțiile de distribuție  $F_S(x)$  și  $F_R(x)$ , sau funcțiile de frecvență  $f_S(x)$  și  $f_R(x)$ .

Pentru modelul R-S probabilitatea de pierdere a capacității portante este:

$$P_f = P(R - S \leq 0) \quad (9),$$

adică probabilitatea ca diferența R-S să ia valori negative. Deoarece media diferenței R-S este:

$$m_{R-S} = m_R - m_S \quad (10),$$

iar abaterea standard:

$$\sigma_{R-S} = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (11),$$

probabilitatea valorilor negative pentru diferența normată R-S este egală cu probabilitatea de a obține valori mai mici decât valoarea medie la o distanță mai mare decât  $1/V_{R-S}$ , măsurată în abateri standard. Cum însă  $V_{R-S}$  este coeficientul de variație al diferenței R-S, rezultă că:

$$1/V_{R-S} = m_{R-S} / \sigma_{R-S} \quad (12).$$

Probabilitatea de pierdere a capacității portante  $P_f$ , fără însă a reprezenta exact mărimea acesteia, este reprezentată grafic de o manieră simbolică în figura 4, prin zona de suprapunere a ariilor de sub curbele  $f_S(x)$  și  $f_R(x)$ .

În baza celor prezentate anterior se poate efectua modelarea probabilistă a șerpuirii.

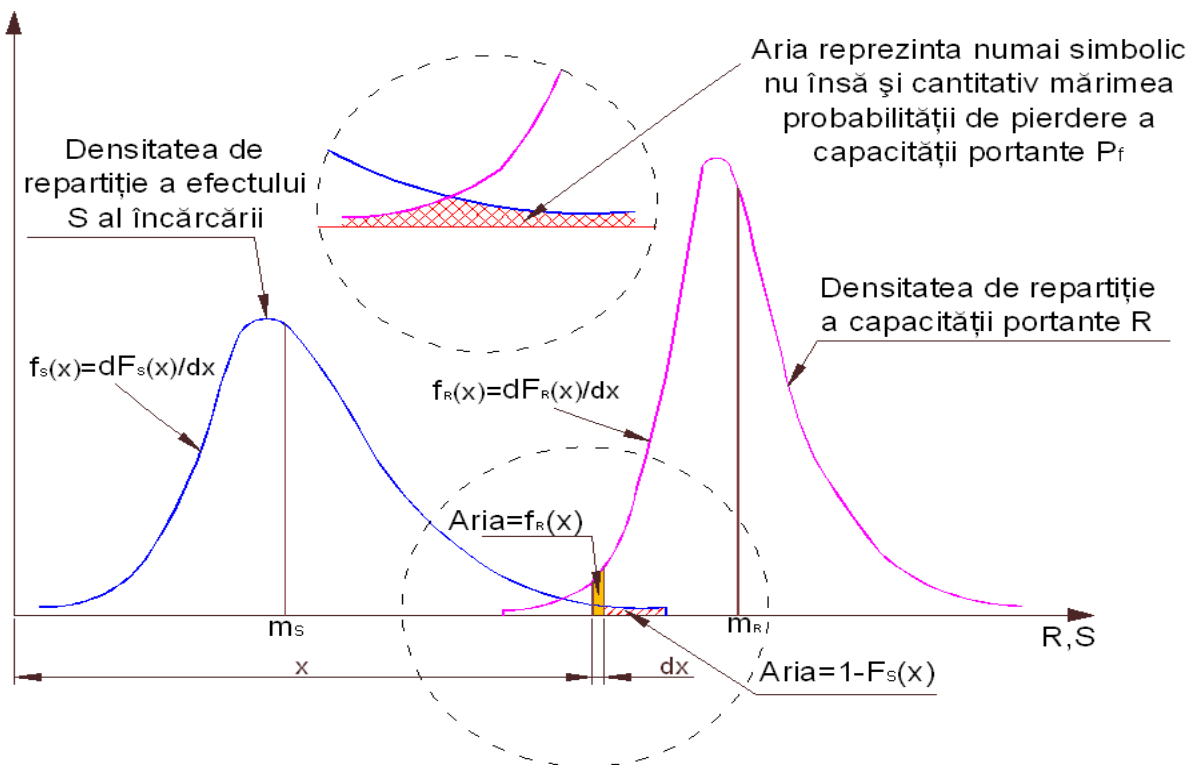


Fig. 4 Densitățile de repartiție în modelul R,S de analiză a siguranței [9], [10]

### 3. ALGORITMUL DE STABILIRE A PROBABILITĂȚII DE PRODUCERE A ȘERPUIRII [1], [2], [3]

La dezvoltarea algoritmului de stabilire a probabilității de pierdere a stabilității cadrului șine-traverse s-a plecat de la ideile prezentate pe această temă în [4] și în [8], considerând

distribuțiile pentru rezistența laterală, temperatura neutră în șină și amplitudinea defectelor de direcție, aceste trei mărimi fiind considerate ca parametrii cheie ai pierderii stabilității. În [4] rezultatele experimentale, care sunt sub formă de histogramme, au fost transformate în funcții de frecvență (densități de probabilitate) și s-au rezolvat direct integralele de convoluție, în timp ce în [8] s-au păstrat histogrammele și s-a mers pe un model R-S de stabilire a reliabilității.

În algoritmul dezvoltat în prezenta lucrare s-a optat pentru modelul R,S considerând histogramme atât pentru parametrii cheie ai analizei cât și pentru rezultatele rulării programului SCFJ [5], comparându-se histograma diferenței dintre temperatură în șină la un moment dat și temperatura neutră, cu histograma creșterii maxime admisibile a temperaturii în șină peste temperatura neutră, obținută prin aplicarea criteriilor de siguranță la șerpuire din [8] pentru rezultatele rulării programului SCFJ [5] (care furnizează valoarea maximă a creșterii de temperatură  $T_{max}$ , peste care în mod sigur se produce pierderea stabilității cadrului șine-traverse (șerpuirea), respectiv valoarea minimă a creșterii de temperatură  $T_{min}$ , sub care în mod sigur nu se mai produce șerpuirea).

Deoarece aceste repartiții sunt discrete, nu este posibilă o integrare analitică, motiv pentru care calculul numeric al integralelor de convoluție se face înlocuind integralele cu sume, obținându-se relații de tipul [10]:

$$P_f = \sum_{x_i=0}^{x_n} \frac{1}{2} [F_R(x_i) \cdot f_S(x_i) + F_R(x_{i+1}) \cdot f_S(x_{i+1})] (x_{i+1} - x_i) \quad (13)$$

sau

$$P_f = \sum_{x_i=0}^{x_n} \frac{1}{2} \{ [1 - F_S(x_i)] \cdot f_R(x_i) + [1 - F_S(x_{i+1})] \cdot f_R(x_{i+1}) \} (x_{i+1} - x_i) \quad (14)$$

***Etapele de parcurs la stabilirea probabilității de pierdere a stabilității cadrului șine-traverse*** sunt următoarele [1], [2]:

1. Se construiesc histogrammele parametrilor cheie ai stabilității căii;
2. Se calculează histograma diferenței dintre temperatura în șină la un moment dat și temperatura neutră;
3. Se rulează programul SCFJ [5] pentru valorile din histogramme ale parametrilor cheie ai stabilității căii (de exemplu histogramme ale rezistenței laterale a căii și amplitudinii defectelor de direcție);
4. Se determină valorile critice maxime și minime ale creșterilor de temperatură, iar prin aplicarea criteriilor de siguranță la șerpuire din [8] se obține histograma creșterii maxime admisibile a temperaturii în șină peste temperatura neutră;
5. Se calculează integralele de convoluție  $P_f$  pentru o valoare dorită a creșterii temperaturii în șină peste temperatura neutră, utilizând histograma diferenței dintre temperatura în șină la un moment dat și temperatura neutră și histograma creșterii maxime admisibile a temperaturii în șină peste temperatura neutră;
6. Repetând algoritmul de mai sus pentru diverse valori ale creșterii temperaturii în șină peste temperatura neutră, se obține variația probabilității de pierdere a stabilității căii în funcție de creșterea temperaturii în șină peste temperatura neutră.

Un exemplu practic de aplicare a acestui algoritm în vederea determinării probabilității de pierdere a stabilității cadrului șine-traverse poate fi găsit în lucrările [1] și [7].

## BIBLIOGRAFIE

- [1]. Ungureanu, V.V., *Cercetări privind simularea pierderii stabilității căii fără joante*, Teză de doctorat, Conducător științific: prof. univ. dr. ing. Atanasie Talpoși, Universitatea "Transilvania" din Brașov, Facultatea de construcții, Catedra construcții, Brașov, 2007

- [2]. Ungureanu, V.V., *Modele de pierdere a stabilității căii fără joante*, Referatul nr.3 din cadrul stagiului de pregătire pentru doctorat, Universitatea TRANSILVANIA din Brașov, Facultatea de Construcții, Brașov, 2006
- [3]. Ungureanu, V.V., Dósa, A., *Modelarea probabilistă a pierderii stabilității căii fără joante utilizând programul SCFJ*, a XXXI-a Conferință Națională de Mecanica Solidelor, 27-29 Septembrie 2007, Chișinău, Editura U.T.M.
- [4]. Kish, A., Samavedam, G., *Risk Analysis Based CWR Track Buckling Safety Evaluations*, Proceedings of the International Conference on Innovations in the Design & Assessment of Railway Track, Delft University of Technology, The Netherlands, 2-3 December 1999
- [5]. Dósa, A., Ungureanu V.V., *Discrete model for the stability of continuous welded rail*, "Computational Civil Engineering 2007", International Symposium, Iași, România, May 25, 2007, Editura Societății "Matei - Teiu Botez"
- [6]. Ghiocel, D., Lungu, D., *Acțiunea vântului, zăpezii și variațiilor de temperatură în construcții*, Editura Tehnică, București, 1972
- [7]. Ungureanu, V.V., Dósa, A., *Algoritm pentru stabilirea restricției de viteză în funcție de probabilitatea de pierdere a stabilității cadrului șine-traverse*, A III –a Sesiune Științifică CIB 2007, 15 - 16 Noiembrie 2007, Brașov
- [8]. \*\*\*, *UIC Leaflet UIC 720R, Laying and Maintenance of CWR Track*, 2<sup>nd</sup> edition, March 2005, Paris
- [9]. Ghiocel, D., Lungu, D., *Wind, Snow and Temperature Effects on Structures Based on Probability*, Kent, Abacus Press, Tunbridge Wells, 1975
- [10]. Ghiocel, D., Lungu, D., *Metode probabilistice în calculul construcțiilor*, Editura Tehnică, București, 1982