

CALCULUL CAPACITĂȚII PORTANTE A CONSOLELOR SCURTE DIN BETON ARMAT PRIN METODA ELEMENTELOR FINITE.

Conf.dr. ing. Tuns Ioan*
 Conf.dr.ing. Răpișcă Petre**
 Șef lucr.drd.ing. Muntean Gavril ***
 Preparator drd.ing. Muntean Radu ****

Rezumat

Metoda de calcul prezentată în lucrare, conduce la determinarea capacității portante a consolelor scurte din beton armat.

Rezultatele obținute prin calcul, au condus la obținerea unor valori apropiate de cele determinate experimental, fapt ce evidențiază compatibilitatea între ipotezele teoretice luate în considerare și comportarea reală a acestor elemente scurte.

Summary

The calculation procedure presented in this paper is used to determine the supporting capacity of short reinforced concrete cantilevers.

The values obtained through calculation were close to those experimentally obtained; therefore, the theoretical hypothesis considered and the practical actual supporting capacity of this short elements are compatible overlap.

1. Aspecte generale privind metoda de calcul.

Pe baza observațiilor și studiilor experimentale privind mecanismul de cedare sub încărcări verticale a consolelor scurte din beton armat, au fost stabilite o serie de metode de calcul a portanței acestora.

Plecând astfel, de la relații de calcul prin care să se asigure o cedare a consolei de tip ductil [1], la procedeul bazat pe modelul structural propus de Leonhardt și Monning, utilizând aproximațiile Steinle [2], s-a ajuns la metoda de calcul automat bazată pe discretizarea modelului în elemente finite.

Prin această metodă, programul de calcul automat denumit FESIA (Analiza Instabilității Înelișului cu Elemente Finite), a fost dezvoltat la Universitatea Tehnică din Viena, pentru analize neliniar-elastice a structurilor portante plane din beton armat în stadiul II de lucru. Deși metoda este folosită în analiza structurilor portante plane, s-a dovedit eficientă și în cazul consolelor scurte din beton armat.

Această metodă presupune că proprietățile mecanice esențiale specifice problemei, pot fi exprimate sub forma unor relații matematice [3].

Fenomenele complexe ce au loc în cazul solicitării elementelor din beton armat în stadiul postelastice, fenomene legate de apariția și dezvoltarea fisurilor, conlucrarea dintre beton și armătură, etc., pot fi luate în considerare în calcul sub o formă simplificată.

- * - Universitatea „Transilvania” Brașov, Facultatea de Construcții, Catedra Construcții.
- ** - Universitatea „Transilvania” Brașov, Facultatea de Construcții, Catedra Construcții.
- *** - Universitatea „Transilvania” Brașov, Facultatea de Construcții, Catedra Construcții.
- **** - Universitatea „Transilvania” Brașov, Facultatea de Construcții, Catedra Construcții.

2. Descrierea etapelor de calcul.

Determinarea capacității de încărcare a consolelor prin această metodă, presupune parcurgerea următoarelor etape de calcul:

etapa I – scrierea ecuațiilor constitutive pentru beton;

etapa a II-a – scrierea ecuațiilor de echilibru pentru elementele finite considerate.

Etapa I

Ecuațiile constitutive pentru beton, au la bază un model de material echivalent, monoaxial. Astfel, dacă se consideră tensiunea principală maximă σ_i , atunci relația tensiune-alungire pentru modelul constitutiv se scrie:

$$\sigma_k = \frac{E_b \cdot \varepsilon_k}{1 - \mu_b \cdot \alpha_k} \cdot \frac{\varepsilon_k}{1 + g_1(\alpha_2) \left(\frac{E_b}{\sigma_{ku}(1 - \mu_b \alpha_k)} - \frac{1}{\varepsilon_{ku}} \right) \varepsilon_k - g_2(\alpha_2) \left(1 - \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{ku}} \right) \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{ku}}} \quad (1)$$

$$k = 1, 2$$

Semnificația termenilor din relație este următoarea: ε_k – deformațiile normale principale; ε_{ku} – valorile ultime ale deformației normale principale; σ_{ku} – tensiunea normală principală corespunzătoare pentru ε_{ku} ; E_b – modulul de elasticitate al materialului; μ_b – coeficient de alungire transversal; $\alpha_i = \frac{\sigma_i}{\sigma_t}$, $i, J = 1, 2$; (2)

$g_1(\alpha_1)$, $g_2(\alpha_2)$ – funcții date în tabelul 1.

În această metodă de calcul, se face distincție între cedarea betonului prin despicare sau prin zdrobire. Modul de cedare al betonului depinde de mărimea raportului tensiunilor principale (α_2), astfel:

$$-\infty < \alpha_2 \leq \alpha_{2L}, \quad (3)$$

când cedarea se produce prin despicare;

$$\alpha_{2L} < \alpha_2 \leq 1 \quad (4)$$

când cedarea se produce prin zdrobire;

iar

$$-\frac{1}{15} < \alpha_{2L} = f\left(\frac{\beta_p}{\beta_z}\right) \leq -\frac{1}{25} \quad (5)$$

unde:

β_p – rezistența prisme;

β_z – rezistența monoaxială la tracțiune a betonului.

În fig. 1, este prezentată înfășurătoarea ruperii betonului folosită în cadrul acestei metode de calcul. Se observă din desen, că dreptele $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = -0,325$, separă domeniul linear de cel nelinier.

Funcțiile $g_1(\alpha_2)$ și $g_2(\alpha_2)$

Tabelul 1

	Domeniu neliniar			Domeniu liniar	
	NL1	NL 2	NL3	Întindere-compresiune	Întindere-întindere
α_2	≤ 1 ≥ 0	≤ 0 $\geq -0,1$	$\leq -0,1$ $> -0,325$	$\leq -0,325$ $> -\infty$	$\leq -\infty$ ≥ 1
$g_1(\alpha_2)$	1	1	1	0	0
$g_2(\alpha_2)$	1	$1+10\alpha_2$	0	0	0

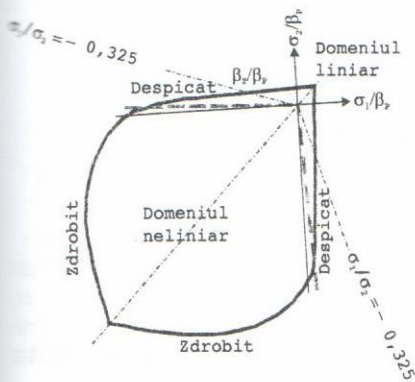


Fig. 1. Înfășurătoarea ruperii betonului pentru stări de tensiune biaxiale.

Etapa a II-a

Consola sau porțiunea în studiu se împarte într-un număr „n” de elemente finite triunghiulare (fig. 2), [3]. Zona de limitare a subdomeniilor fisurate de cele nefisurate ale unui anumit element finit se consideră ca o suprapunere a limitării domeniilor de integrare.

Se notează cu $S_b^{(e,I)}$ suprafața de mijloc a zonelor parțiale ale elementului „e” ce aparține subdomeniului nefisurat D^I și cu $S_b^{(e,II)}$ suprafața ce aparține subdomeniului fisurat D^{II} . Fisurile se consideră paralele și echidistante, repartizate

peste zonele parțiale constituente ale punctelor de integrare. Fisurile cu orientări diferite se consideră perpendiculare.

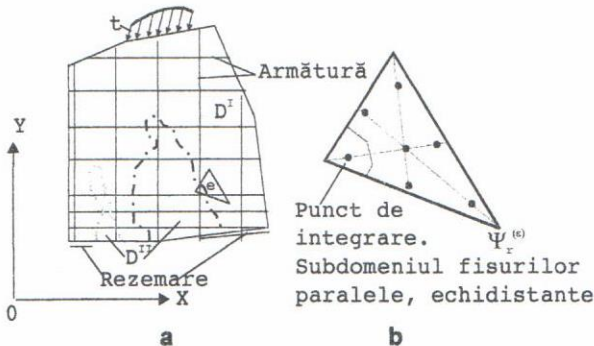


Fig. 2. Disc din beton armat, parțial rupt (a) și izolarea unui element finit (b)

Armătura se consideră concentrată sub forma unui strat, dispus la mijlocul grosimii elementului finit. Pe direcțiile de dispunere a armăturii $\hat{\alpha}$ și $\hat{\beta}$ se consideră straturi de armătură $\mu_{\hat{\alpha}}h$, respectiv $\mu_{\hat{\beta}}h$, care au grosimi diferite (fig. 3).

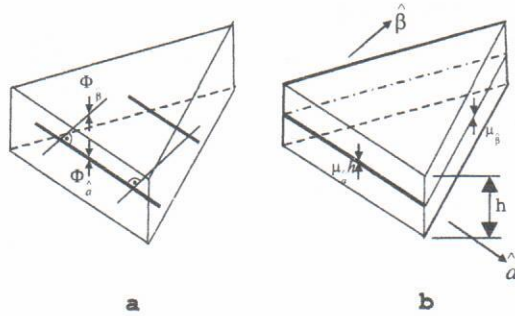


Fig. 3. Concentrarea armăturii în straturi de oțel
a – dispunerea armăturii în rețea ortogonală; b – concentrarea în straturi a armăturii

Se notează:

- $S_{s\hat{i}}^{(e,p,I)}$, $\hat{i} = \hat{1}, \hat{2}; \hat{1} \equiv \hat{\alpha}; \hat{2} \equiv \hat{\beta}$ – suprafața de mijloc a zonelor parțiale a straturilor de oțel „p” din elementul „e”, înconjurate de beton sănătos;
- $S_{s\hat{i}}^{(e,p,II)}$ – suprafața de mijloc a zonelor parțiale a straturilor de oțel, „p” din elementul „e”, în care se consideră cedarea betonului.

Cu ajutorul sistemelor de coordonate $\alpha^I, \beta^I; \alpha^{II}, \beta^{II}; \hat{\alpha}, \hat{\beta}$ condițiile de echilibru pentru elementele finite ale discului sau consolei scurte se scriu:

$$\sum_{e=1}^n \left[\int_{Sb^{(e,I)}} \sigma_i \cdot \delta \cdot \varepsilon_i \cdot h \cdot dS + \int_{Sb^{(e,II)}} \sigma_{ij}^{(m)} \cdot \delta \cdot \varepsilon_{ij}^{(m)} \cdot h \cdot dS + \int_{Ss\hat{i}^{(e,p,I)}} \sigma_i \cdot \delta \cdot \varepsilon_i \cdot \mu_i \cdot h \cdot dS + \int_{Ss\hat{i}^{(e,p,II)}} \sigma_i^{(m)} \cdot \delta \cdot \varepsilon_i^{(m)} \cdot \mu_i \cdot h \cdot dS - \int_{\sum_{\hat{i}}^{(e,p,II)}} u_i^{(m)} \cdot \delta \cdot u_{R_i}^{(m)} \cdot dS_i \right] - \sum_{i=1}^s F_i \cdot \delta \cdot u_i = 0 \quad (6)$$

Semnificația relației este următoarea:

- $i, j = 1, 2; 1 \equiv \alpha, 2 \equiv \beta;$
- $\sigma_i \cdot \delta \cdot \varepsilon_i \cdot \mu_i \equiv \sigma_\alpha \cdot \delta \cdot \varepsilon_\alpha \cdot \mu_\alpha + \sigma_\beta \cdot \delta \cdot \varepsilon_\beta \cdot \mu_\beta;$
- primele patru integrale reprezintă lucrul mecanic virtual al forțelor interioare;
- ultimul termen reprezintă lucrul mecanic virtual al forțelor din noduri;
- primul termen al ecuației se referă la domeniul nefisurat, unde:

$\varepsilon_i \equiv \varepsilon_i^I$ și $\sigma_i \equiv \sigma_i^I$ – reprezintă deformațiile, respectiv tensiunile normale principale;

- al doilea termen se referă la subdomeniul fisurat al betonului,

$\varepsilon_{i,j} \equiv \varepsilon_{i,j}^{(II,m)}$ și $\sigma_{i,j} \equiv \sigma_{i,j}^{(II,m)}$ – sunt deformațiile, respectiv tensiunile medii între fisurile învecinate ale reazemului contrafort;

- a treia și a patra integrală se referă la armătura din oțel din subdomeniul nefisurat, respectiv fisurat, iar $\varepsilon_i^{(m)}$ și $\sigma_i^{(m)}$ sunt deformațiile, respectiv tensiunile din armătura dintre fisurile învecinate;

- integrala a cincea reprezintă lucrul mecanic virtual al forțelor compuse $t_i^{(m)} \equiv t_i^{(m)}$, iar $\delta \cdot u_{R_i}^{(m)} \equiv \delta \cdot u_{R_i}^{(m)}$ sunt alunecări virtuale dintre armătură și beton.

Integrala a cincea ține seama de efectul de legătură dintre beton și oțel, care se manifestă între fisurile vecine, denumit „efectul Tension-Stiffening”. Cu ajutorul relației ce exprimă condiția de echilibru, capacitatea de încărcare se consideră atinsă când iterația de echilibru ce urmează aplicării unui anumit increment de sarcină nu converge odată cu creșterea pronunțată a deformațiilor [3].

3. Concluzii

Prin această metodă s-a determinat capacitatea portantă pentru încercarea M_2/B_2 a lui Niedenhoff, M_2/B_3 a lui Niedenhoff și pentru încercarea 1, 2 a lui Mehmel și Freitag. Aceste trei încercări majore asupra consolelor din beton armat, sunt descrise și cunoscute în literatura de specialitate [3].

Pentru prima încercare s-a evidențiat și influența asupra capacității portante a consolelor, a următorilor factori:

- influența rezistenței prisme;
- influența rezistenței la tracțiune a betonului;
- influența aderenței beton-armătură;
- influența efectului „TENSION-STIFFENING”

Metoda de calcul a elementelor finite, aplicată celor trei încercări majore privind determinarea portanței consolelor, a pus în evidență, apropierea valorilor obținute prin calcul, de cele determinate experimental, în proporție de (60-90)%.

Capacitatea portantă a consolei obținută prin calcul, este întotdeauna inferioară celei rezultate prin încercări. Precizia rezultatelor obținute prin calcul scade odată cu reducerea zvelteții consolei și creșterea cantității de armătură.

BIBLIOGRAFIE

1. **MĂNOIU O.** – "Unele aspecte privind proiectarea consolelor scurte ale stâlpilor ce susțin elemente de acoperiș", Construcții 1980.
2. **SOLANSKI H., SABNIS M. G.** - "Reinforced Concrete Corbels", Simplified, ACI Structural Journal, vol. 84, pag. 428-432.
3. **KRESC I., ș.a.** – Calculul capacității de încărcare a consolelor din beton armat, după metoda elementelor finite, Beton und Stahlbetonbau, GE, vol. 81, nr. 1, ian. 1986, pag. 15 – 21.